que explica l'estructura material de l'univers, la que dóna sentit a les lleis dels fenòmens terrestres. Amb això, es pot afirmar que la física contemporània ha recuperat la idea cartesiana d'una física cosmològica. L'aparició de la noció de camp, amb la teoria general de la relativitat d'Einstein fa caure definitivament les nocions d'espai absolut i de punt material, puix que la noció de camp com a representació de la realitat té la particularitat de presentar-se com a llei invariable. En el cas cartesià la invariabilitat de la llei que ocupa el lloc del sistema absolut de referències és la immutabilitat de l'acció divina. Amb això Kobayashi demostra, amb brillantor, no només el paper determinant que juga la metafísica —i la tesi de la creació de les veritats eternes— en el sistema físic cartesià, sinó també l'actualitat de la ciència cartesiana.

Joan Nonell

Vincent JULLIEN, *Descartes. La Géométrie de 1637*, PUF (Philosophies), París (1996). 128 p.

Vincent Jullien presenta en aquest llibre un estudi acurat tant del paper que la matemàtica juga per Descartes en el conjunt del mètode com de la transcendència que té el tercer dels assaigs de 1637 en el conjunt de la seva obra, tot desmentint les afirmacions d'Alquié, qui en la seva edició de les obres de Descartes justifica la no publicació de la *Geometria* per la seva disparitat respecte a la metafísica, per la seva obscuritat i per la voluntat del propi Descartes de separar la matemàtica de la filosofia.

En la seva primera part l'estudi de Jullien mostra en primer lloc la troballa de la matemàtica en la seva etapa d'estudiant a La Flèche, a meitat de camí entre la fascinació i el desencís, i com aquesta troballa desemboca en una reforma de la fonamentació d'aquesta ciència. La via encetada el portarà a fer importants progressos en geometria i a establir un criteri metòdic per a desenvolupar en la seva totalitat l'esmentada ciència, però, alhora, l'impedeix considerar altres modalitats de càlcul que seran preeminents en els seus immediats successors: els mètodes infinitessimals i el càlcul de probabilitats. En segon lloc, l'estudi analitza el paper que la imaginació té en el tractament dels objectes geomètrics que, tot i ser abstraccions fetes per l'enteniment, es troben directament vinculats als cossos, cosa que fa de la imaginació una eina indispensable per a l'enteniment. Tot i així, Descartes rebutja un ús reproductiu de la imaginació, que atribueix als antics, i proposa, en canvi, la imaginació com a facultat de formar imatges, que ja no han de ser necessàriament meres reproduccions dels objectes. De fet, la imatge passa a ser entesa com a expressió de la relació que es dóna entre l'objecte i la figura que l'enteniment té d'ell. L'absència de similitud entre objecte i figura permetrà l'expressió en línies d'aquestes últimes i la posterior algebraització d'aquestes línies.

L'estudi de Jullien avança proporcionant claus que permeten vincular les matemàtiques al desenvolupament del mètode. Més enllà del fet que les matemàtiques continguin llavors de veritats, ens trobem el fet que les seves disciplines —geometria, àlgebra...— tenen en comú la forma de progressar, d'intuïcions certes a deduccions segures, d'enunciats més simples a teoremes més compostos. No és difícil, doncs, precisar que la matemàtica conforma el nucli del mètode. Ara bé, d'altra banda, el que pretén Descartes no és dotar la matemàtica del seu temps d'un corpus augmentat de coneixements particulars, sinó de produir un quadre unificat; es tracta de substituir els diferents dominis matemàtics per una teoria unificada.

Així, es podrien distingir dos moviments diferents en el trajecte intel·lectual cartesià referits a la relació entre matemàtiques i mètode:

1. En un primer moment, la matemàtica és la font d'inspiració del mètode. Si el mètode tradicional del sil·logisme no serveix més que per exposar a altres les raons ja conegudes, i no ens proporciona nous coneixements, les matemàtiques, per contra, ens posen

davant dels dos únics actes de coneixement veritables: intuïció i deducció.

2. Cal aplicar el mètode a la matemàtica per reorganitzar, unificar i estructurar la matemàtica. Això també serveix per mostrar-nos la potència del mètode en el seu exercici. La matemàtica que rep Descartes presenta un problema d'ordenació i estructuració. Els antics no tenien un concepte general de corba. Allò que estudiaven en geometria era la línia, i la noció de corba era, de fet, un accident de la línia. Això té repercussions a l'hora de classificar els problemes segons les línies gràcies als quals poden ser resolts. Ara bé, per Descartes la geometria dels antics, ciència de les figures i de les línies a construir, és el millor instrument per resoldre els problemes referits a l'extensió. La geometria és, de fet, l'examen de les dimensions i de la quantitat contínua. En aquest sentit, les matemàtiques per a Descartes queden com una geometria; els altres dominis matemàtics queden vinculats a l'anàlisi geomètrica. Però la geometria dels antics es troba mancada d'ordre i les corbes estudiades no tenen cap unitat entre si i, per tant, la identitat de les mateixes es trobava lluny d'ésser establerta. A més, la geometria tradicional es troba massa determinada per la necessitat de considerar les figures espacials com reflexos fidels dels objectes donats, és a dir, la geometria es troba depenent massa de la imaginació. Descartes es proposa abandonar aquest realisme espacial. Això passa per mantenir la geometria en el camp de la dimensió contínua —l'extensió— però ha de submergir les seves línies en un algoritme general i classificador.

Respecte l'àlgebra dels moderns —Vieta, Cardano, Tartaglia...— Descartes reconeix els avantatges: alleugera la imaginació i serveix d'ajut a la memòria, i ajuda a conèixer les dificultats que es troben amagades per la confusió dels nombres. El problema d'aquesta disciplina és que les seves anotacions són encara confuses i pesades. Això farà que Descartes impulsi una reforma que sintetitzi allò millor de les altres anotacions amb l'ús de lletres per les dades i les incògnites. A més, la resolució d'equacions encara es troba en un estat poc avançat. Per últim, l'àlgebra ordinària depèn d'una idea particularment pobra de la dimensió: fins ara els algebristes no representaven totes les dimensions —magnituds o potències— amb línies. Ara bé, per a Descartes aquesta representació és possible perquè la dimensió no és altra cosa que el mode amb el qual un objecte és mesurable i totes les quantitats poden ser reduïdes a la longitud, segons un mètode que s'exposarà al començament de la *Geometria*.

La primera aplicació del mètode sobre la matemàtica té com a resultat permetre'ns considerar les figures a partir de línies —en concret, línies rectes— per després conèixer-les per la posada en evidència de les relacions que contenen aquestes línies. Això, a més d'alliberar la geometria de l'acostumada representació imaginària dels antics, resol el problema del seu desordre. La clarificació de les relacions de les línies ofereix el criteri d'ordre i unitat de la geometria: el de les relacions més simples a les més complexes. El següent pas serà anomenar les línies amb lletres. Les lletres de la geometria algebraica no refereixen a nombres sinó a tamanys. Allò propi d'aquests tamanys és ser construïbles sota la jurisdicció de la geometria de les corbes i de les figures i ser manipulables segons les regles de l'àlgebra. En la mesura que les corbes i figures geomètriques es poden expressar en relacions algebraicament regulades s'admet la reducció de les figures a línies. El somni de Descartes és que els dos criteris de coneixement rebuts per separat —ser construïbles amb exactitud i ser expressables algebraicament— s'avinguin a fer-se un de sol.

Neix, així, la idea de la «Mathesis Universalis», present a les *Regulae*. La mathesis és la ciència de les relacions quantitatives que regna per sobre de totes les ciències de les quantitats particulars: geometria, aritmètica, àlgebra, astronomia, música, òptica, mecànica... És el domini unificat i endreçat de totes les branques de les matemàtiques.

Potser el moment més proper del projecte cartesià a aquesta idea sigui la teoria de les proporcions. Per a Vullemin, per exemple, aquesta teoria representa un mètode universal de pensament, tal i com aquest es troba exposat a les *Regulae*: les coses cognoscibles, en la seva més gran generalitat, es recorren segons l'ordre de les relacions (proporcions). Així, a l'exposició en 12 regles de les proposicions simples del mètode, seguirà l'exposició, també en 12 regles, de les qüestions perfectament compreses, que abasten, tan sols, la geometria i l'aritmètica. El projecte s'havia de completar amb 12 regles més adreçades a les qüestions imperfectament compreses. L'inacabament de les *Regulae* és la més clara mostra del fracàs del projecte que entenia la Mathesis com a ciència universal, que contenia els primers rudiments de la raó humana i que es podia estendre fins a extreure la veritat de qualsevol subjecte.

Ara bé, això no implica, per Jullien, un canvi de programa, perquè la *Geometria* del 37, sense ser un tractat de Mathesis Universalis, acompleix i desenvolupa la part de les qüestions perfectament compreses de les *Regulae*. Per l'autor, Descartes segueix essent fidel a la idea que allò que es pot conèixer es troba aplicant els preceptes del mètode. El món i totes les ciències que ens permeten comprendre'l s'examinen segons l'atribut essencial de la matèria: l'extensió, i l'extensió es coneix per la ciència dels tamanys continus. Això es troba exposat a la *Geometria*. Per tant, el fracàs del projecte de les *Regulae* implica una moderació del programa, però no pas una variació, ja que el tercer Assaig de 1637 és un exemple de com el mètode pot endreçar la matemàtica i unificar dues de les seves branques, tot i que encara no es pugui estendre a totes les altres ciències particulars.

La *Geometria* és un bon exponent del mètode, ja que els dos trets bàsics que el constitueixen, la intuïció i la deducció, s'hi troben expressats: l'extensió, o les mateixes línies són els constituents de les intuïcions geomètriques, les regles de l'àlgebra són els mitjans de control de les cadenes deductives de la geometria. Es podria dir que l'àlgebra és a la geometria allò que els procediments de formació de les cadenes deductives són a les intuïcions. Per a Jullien, igual que per a Costabel o Serfati, la Geometria es troba més propera o més lligada a les *Regulae* que al *Discurs*.

Això vol dir que àlgebra i geometria no s'oposen; ambdues són els ornaments regionals d'una ciència desplegada segons els preceptes del mètode i són els complements d'una regió endreçada i assegurada de coneixements. Tot i així, a l'hora d'interpretar l'assaig cartesià es donen lectures contraposades que sovint privilegien un dels components per sobre de l'altre. En l'obra trobem que s'hi consideren dues categories d'objectes: les equacions algebraiques i les construccions geomètriques de corbes. L'harmonia entre aquestes dues categories d'objectes no es troba reeixida: els mitjans per conèixer uns no semblen adequats per conèixer els altres. Per això hi ha una qüestió inevitable: d'aquestes dues grans categories, quina és la que organitza, la que té el principal paper a la Geometria?

La interpretació, que Jullien anomena constructivista, afirma que Descartes dóna arguments consistents com per defensar l'absoluta primacia de la construcció de les corbes sobre la seva expressió algebraica. Un en seria: si per Descartes la geometria és l'art de resoldre problemes geomètrics, llavors cal pensar que l'objecte de la geometria no és el coneixement de les corbes en si mateixes o de les arrels de les equacions com a tals, sinó que es tracta del seu domini com a mitjans de resolució i mètodes de classificació dels problemes als quals elles es troben associades. Això vol dir que el recurs a l'àlgebra permet renovar els mètodes classificadors i simplificadors, però no la naturalesa d'allò que és un problema ni la seva solució. Aquesta interpretació, defensada per H. Bos, es troba avalada per l'anàlisi de certes corbes que són examinades sense fer referència a la seva equació. Així doncs, si la identificació de les corbes per la seva equació no és central en la geometria, quin paper indiscutible juga el posar-la com equació? La interpretació constructivista afirma que l'àlgebra i les equacions es troben, en geometria, estrictament al servei de la constructibilitat, simplicitat i acceptabilitat de les corbes. El paper és auxiliar; això és degut al fet que no és la lògica de l'algoritme algebraic la que estructura la geometria. La construcció de les corbes es fa segons el mètode, i el criteri de simplicitat el dóna el grau de les equacions. Però, en contra d'aquesta tesi constructivista, hi ha dues dificultats: 1r) la varietat dels mètodes constructius per instrument s'adapta bastant malament a les exigències del mètode. No hi ha garanties que els diferents instruments ens proporcionin objectes d'idèntica natura, i Descartes no dóna resposta a aquesta dificultat, encara que la reconeix. 2n) Quan es tracta de trobar les normals i les tangents de les corbes el mètode és exclusivament algebraic, sense consideració de la constructibilitat geomètrica. Descartes, doncs, també es trobaria temptat per les muses de l'àlgebra que l'allunyen de la seva adhesió al fonament geomètric tradicional.

Davant de la lectura constructivista, s'aixeca la lectura algebraica; considera, aquesta, que el cor de l'Assaig seria la identificació entre les corbes i la seva equació algebraica. Aquesta identificació determinaria l'estructura, el pla i la lògica del tractat. La lectura resulta coherent si s'eixampla el concepte cartesià de corba: les corbes no només donen solució a uns problemes proposats, són instruments per aconseguir la construcció d'equacions, i sobretot, elles són, en si mateixes, objecte d'estudi i de recerca. Al problema de Pappus, per exemple, Descartes no realitza totes les construccions possibles; però la part algebraica es troba totalment coberta, és a dir, sigui quina sigui la configuració d'un problema de Pappus, Descartes es troba en condicions de donar la corba solució, de classificar-la i de situar la dificultat en relació al problema més simple. Així, per Descartes, resoldre no és forçosament construir. Què cal dir sobre els llargs paràgrafs de les construccions per instruments? No serien essencials, sinó que es tractaria de meres figures retòriques (E. Giusti). Seria una concessió als constructors de corbes per acabar convencent-los de la validesa del seu mètode. En el fons, dels dos criteris, equació algebraica i construcció genèrica, s'ha de privilegiar el primer perquè es troba «unificat», és global i es troba endreçat, mentre que el segon és tan variat com particular.

Per a Jullien aquesta segona lectura no fa justícia a l'obra perquè redueix excessivament el paper de les construccions geomètriques, i per l'autor és veritat que per Descartes resoldre és efectivament construir, almenys com a possibilitat. Aquesta possibilitat és una necessitat, per una raó molt simple: les formes de l'àlgebra no existeixen per elles mateixes, sinó que són expressió de línies. L'àlgebra, doncs, no pot procurar cap intuïció. Primer perquè els seus objectes són meres expressions de les figures, i en conseqüència no són cognoscibles per ells mateixos. El sosteniment de la tesi algebrista radical suposaria deixar la *Geometria* fora del projecte del Discurs.

Havent-hi com hi ha dificultats per decantar-se per una de les dues lectures, cal acceptar que cap de les dues lectures pot fer ombra a l'altra, segons es desprèn d'una de les tesis més fortes de l'Assaig: una corba és construïble per instrument legítim quan ella admet una equació algebraica. Ara bé, l'adequació dels dos criteris és difícil, perquè hi ha dificultats particulars —com ara més càlculs— mentre que les raons que fonamenten les tesis de l'estricta coherència dels dos criteris són raons generals, conseqüència de tesis filosòfiques. En aquest sentit, la coherència es mostra, però no es demostra. Per tant, no hi ha prou arguments com per a dir que la coherència és alhora una equivalència entre els dos criteris. Ara bé, per Descartes el coneixement veritable és el coneixement simultani dels dos criteris: és el coneixement d'un objecte construïble i expressable algebraicament. I això és per una raó: conèixer les corbes sense la seva forma algebraica corresponent suposa conèixer-les en desordre, a l'atzar, sense relació al seu grau de complexitat; d'altra banda, conèixer les corbes sense la seva construcció suposa conèixer-les formalment, és a dir, ignorar-les.

Per a Jullien, a l'igual que per a G. Israel, la *Geometria* és el diàleg que s'estableix entre un criteri i un altre, amb moments d'unió. Descartes no es troba gronxant-se entre dues problemàtiques contradictòries, sinó que s'esforça per dibuixar la bastida del projecte unificat de la geometria i de l'àlgebra, és a dir, de les coses perfectament compreses que anunciaven les *Regulae*.

La segona part de l'estudi és un recorregut exhaustiu dels tres llibres que composen l'Assaig de 1637. Així, el llibre primer es troba dominat per la recerca del procediment de mesura que ens doni la unitat necessària per reduir els problemes de geometria a la construcció d'algunes línies rectes. Val a dir que aquesta reducció de les qüestions a la seva unitat es troba en consonància amb les exigències de l'ordre i la mesura del mètode presents a les *Regulae*, i que la resolució dels problemes s'obté, una vegada donada la línia unitat, per aplicació de la teoria de les proporcions i del teorema de Tales. La *Geometria* cartesiana es construeix així sobre la gran doctrina eudoxo-euclidiana dels tamanys continus, però hi afegeix l'element neutre —la unitat— i l'operació aritmètica de la multiplicació —que, de fet, no és tampoc operació, sinó la recerca de la quarta proporcional, donades dues línies i la línia unitat. Els objectes elementals de la geometria algebraica es troben així definits en un espai que no és ni immediatament geomètric (pura extensió), ni numèric. D'aquesta forma, la matemàtica cartesiana, tot i adoptar les bases estrictament euclidianes, porta els seus resultats més enllà del que es podria admetre a partir dels *Elements* d'Euclides.

L'altra gran novetat, que segueix el programa anunciat a les *Regulae*, que rebutjava l'anàlisi dels antics basat en la consideració de les figures —que fatigava massa la imaginació i limitava l'abast de l'enteniment—, és l'expressió de la construcció de figures per equacions —millorant les notacions algebraiques anteriors— i simplificant la presentació de les dificultats. L'escriptura algebraica permet, amb anotacions breus, disposar de tota la construcció i veure per intuïció el major nombre d'objectes possibles, segons el mètode. Els caràcters de l'àlgebra no són independents dels segments que assenyalen i refereixen i, per tant, l'àlgebra no es troba alliberada del model geomètric (en contra del que suposa A. Brigaglia). Tampoc seria adient veure una estricta correspondència entre els dos dominis de la ciència matemàtica, com vol Scott, per a qui Descartes no tracta d'aclarir un domini per l'altre, sinó que cerca posar en evidència un paral·lelisme d'estructures entre l'àlgebra i la geometria.

La resolució d'un problema de geometria a partir de posar-la com equació segueix cinc moments: 1) anomenar els objectes geomètrics amb lletres; 2) donar un mateix estatut lògic als objectes coneguts i als desconeguts; 3) recórrer la dificultat segons l'ordre natural de les dependències mútues entre aquests objectes; 4) identificar dues expressions diferents que facin esment, pròpiament, d'aquests objectes. Aquesta identificació és justament una equació; 5) aïllar les equacions pels mètodes generals de l'àlgebra.

Descartes passa a continuació a aplicar el mètode a la resolució de problemes plans —segons la terminologia clàssica— és a dir, aquells que es resolen amb l'ajut de rectes i cercles, i els afegeix la propietat segons la qual l'última equació que proveeix el seu mètode és de segon grau amb una incògnita. La resolució del càlcul algebraic produeix l'expressió de les línies solució, que alhora poden ser construïdes geomètricament. Identificar l'expressió algebraica de la solució no és resoldre el problema, que només s'aconsegueix quan es construeix la línia. El recurs a l'àlgebra té com aspectes positius legitimar, pel càlcul, la construcció d'aquesta línia i revelar l'ordre dels problemes donats. D'aquesta forma, s'organitzen els mètodes resolutius dels antics —que de fet ja eren certs— sota un únic mètode, que a més s'estén cap a la resolució de problemes que queien fora de l'abast de la geometria dels antics.

El problema de Pappus, resolt per Descartes, serveix per a crear un mètode de resolució de problemes. Consisteix en reduir el problema a equacions de 2n grau —problemes plans— o de 3r grau, o grau superior —fent servir, en aquest cas les seccions còniques, i donant lloc a problemes sòlids. Descartes pensa, abusivament, trobar-se en possessió d'una regla permanent de reducció «al cub de totes les dificultats que van del quadrat al quadrat». La classificació porta a la construcció, en virtut dels punts solució, d'una línia d'un gènere determinat, recta o cercle, després cònica i després d'un grau més compost que les còniques, depenent del nombre de línies del problema. El que s'està afirmant aquí clarament és que tota línia d'un cert gènere és solució per una configuració de Pappus. Així, no hi ha cònica que no correspongui a un cert problema de Pappus. Dit d'una altra manera: totes les corbes algebraiques són corbes «pappusianes». Descartes es troba especialment satisfet de fer funcionar un doble criteri d'ordre en la geometria: d'una banda, l'ordre que es manifesta en el grau de les equacions que permeten la solució i classificació dels problemes, i d'altra banda un ordre que es manifesta en les corbes necessàries per la resolució de problemes del mateix gènere. En funció dels problemes (plans, sòlids, supersòlids), les corbes es troben també ordenades (cercles i rectes, còniques...).

En el llibre segon de l'Assaig, Descartes es dedica, primer, a exposar la naturalesa dels objectes solució del problema de Pappus, és a dir, les línies corbes. Cal primer saber quines són les línies corbes que es poden rebre en geometria. Segons Descartes, els antics havien fixat criteris d'acceptació o rebuig de corbes segons el seu grau de cognoscibilitat; les primeres eren qualificades de geomètriques i les segones de mecàniques. Això contribuïa a fixar el límit d'allò que era geomètric, que podia ser construït només amb regle i compàs. Descartes variarà aquesta divisió en constatar que moltes de les corbes concebudes pels antics com a mecàniques són en realitat perfectament cognoscibles. A més, Descartes concebeix el regle i el compàs com a màquines, i res ens impedeix concebre altres màquines abstractes que donin lloc a situacions geomètriques tan rigoroses com les que donen lloc als anteriors instruments. La baralla cartesiana amb els antics té com a pretensió justificar un procediment que resulta determinant per a la seva *Geometria*, el recurs a les línies generades per interseccions mòbils.

Aquesta ampliació cartesiana del criteri d'acceptabilitat dels objectes geomètrics, el porta a escindir aquest mateix criteri del criteri de simplicitat. De la mateixa manera que una cadena deductiva per llarga que sigui pot conduir a una conclusió exacta a condició que les regles del mètode haguin estat respectades, igualment, l'engendrament d'una línia corba pot ser molt composta a condició que les regles de composició siguin respectades. Aquestes regles es redueixen, de fet, a una sola: que el moviment que faci passar d'una corba a una altra, estigui totalment i contínuament determinat. Des d'aquí, el coneixement cert de la primera induirà al coneixement cert de la segona. Descartes, resolta la qüestió, admetrà nous instruments per a produir corbes, com per exemple el compàs d'escaires lliscants.

El compàs d'escaires lliscants o «mesolabium» ja es troba a les *Cogitationes Privatae* de 1619, i hauria tingut tres funcions en la maduració del pensament geomètric cartesià: 1) la inserció i construcció de mitjanes proporcionals entre dos tamanys, que el compàs assoleix amb exactitud, encara que el pas sigui metodològicament erroni, puix que dóna lloc a corbes molt complexes, amb la qual cosa vulnera el principi de simplicitat de les corbes utilitzades per resoldre els problemes. 2) Funció de resolució d'equacions particulars, associada a la idea errònia d'una possible generalització. 3) Engendrament de corbes complexes i compostes, però totes legítimes en geometria. Havent ampliat el criteri d'acceptabilitat de corbes geomètriques respecte els antics, cal un criteri de classificació que ens permeti concebre'l sencer, distingint els gèneres de les seves parts. Aquest criteri no ens el proporciona cap instrument, sinó el posar en equació de les corbes. Hi ha, doncs, una distinció entre el moment estrictament constructiu-geomètric i el moment classificador-algebraic. El primer assegura la realitat de l'objecte, el segon garanteix els mitjans per conèixer-lo. El grau de les equacions de les corbes determina els gèneres que s'han de distingir en aquestes corbes. Les equacions de 2n grau corresponen a corbes del 1r gènere (cercle, paràbola, hipèrbole, el·lipse); les equacions de 3r i 4t grau corresponen a les corbes del 2n gènere, les de 5è i 6è grau a les del 3r gènere, i així fins a l'infinit.

La tesi central seria que el criteri algebraic deduït correspon als criteris de construccions geomètriques possibles, endreçades i regulades. Però Descartes només ho fonamenta des d'un únic exemple: la concoide o paràbola cartesiana; i des d'aquest únic exemple Descartes dóna validesa general a aquest doble criteri. Per afermar aquesta tesi, Descartes dóna un nou instrument que permet l'obtenció simultània d'una corba construïda i de la seva expressió algebraica. Es tracta dels plànols lliscants i consisteix en fer lliscar una línia al llarg d'un eix; la seva intersecció amb un regle articulat produeix una línia més composta. Els graus de les equacions de les línies de partida i d'arribada ens proven que passem sempre d'una línia d'un gènere a una línia del gènere següent.

El següent pas que dóna Descartes és associar a cada problema de Pappus un gènere determinat de corba —expressats pels graus de les equacions. Així, al problema de 4 línies s'associa una equació de 2n grau i una corba del 1r gènere; al de 8 línies s'associa una equació de 4r grau i una corba del 2n gènere; al problema de 12 línies s'associa una equació de 6è grau i una corba del 3r gènere. Descartes evidencia que la modificació contínua de les posicions geomètriques es troba associada de forma natural a una modificació corresponent en els coeficients de les equacions. El problema de Pappus és central per Descartes perquè corrobora, des del punt de vista geometricoconstructiu el criteri d'ordre i classificació de corbes proporcionat pel vessant algebraic. Així, per exemple, totes les corbes del 1r gènere es troben certament associades a una equació de 2n grau, però sobretot a un problema de Pappus amb 3 o 4 línies. Aquesta classificació també s'estén a la consideració de les corbes construïbles per punts.

El projecte ha aconseguit la classificació de les corbes a partir de les seves expressions algebraiques. Però ara topa amb una dificultat: cal també aconseguir la constructibilitat de totes aquestes corbes. Això ja no es pot garantir a partir de les equacions de 3r i 4t grau —i les de grau superior— que requereixen arrels cúbiques, on no totes les solucions han estat donades. El que Descartes pretendrà, en conseqüència, és garantir la tesi general, donant al lector la constructibilitat pels llocs geomètrics, dels quals només coneixem, fins ara, la seva expressió algebraica. Ho farà només en el cas del problema de Pappus amb 5 línies, no en la seva generalitat sinó quan 4 d'aquestes línies són paral·leles. El resultat és una equació amb dues variables de 3r grau com a expressió del lloc solució, cosa que confirma que els problemes de Pappus amb 5, 6, 7 o 8 línies es troben associats a equacions de 3r o 4t grau, i donen lloc a la construcció de corbes de 2n gènere. Això últim queda corroborat per la construcció de la corba solució del problema amb el procediment dels lliscaments. El lloc solució donat per l'equació anterior coincideix amb la corba descrita per una paràbola mòbil lliscant al llarg d'una de les seves paral·leles i una recta que gira entorn d'un punt fix. La corba solució del 2n gènere és construïble per una paràbola: l'ordre successiu és respectat, tant en l'estructura algebraica com en la composició dels moviments generadors. El que Descartes no fa és proseguir amb l'estudi de tots els casos. Per a Jullien, això demostra que l'exposició cartesiana s'assembla més a una argumentació que no pas a una demostració. La tesi general no ha estat demostrada, però es veu sostinguda per l'examen d'uns casos exemplars, que a Descartes li semblen suficients, perquè d'ells s'extreuen unes raons generals que permeten sostenir la tesi de la coincidència dels dos criteris d'acceptabilitat de corbes.

El següent passatge és el de les normals i l'estudi de les corbes es condueix segons criteris exclusivament algebraics. Descartes —que dóna molta importància a la qüestió— pretén trobar un mètode general que permeti la construcció de la normal en cada punt de la corba. Disposaríem així d'un mitjà per conèixer els elements característics de les corbes. A una lectura que privilegiés una interpretació algebrista se li pot objectar que el conjunt dels càlculs desenvolupats no defineix les corbes. En el fons, la normal pot ser descoberta només a partir d'una corba que es conegui ja, tant en la seva equació com en la seva construcció.

El que segueix és la presentació d'un argument per l'acceptabilitat geomètrica d'una família de corbes cognoscibles per construcció, on es presenta una nova construcció que no ve donada ni per lliscaments ni per compassos. Aquestes corbes han estat suggerides, presentades i particularment analitzades en els treballs d'òptica —a la *Diòptrica*. Es tracta de les ovals. La seva construcció és una construcció per punts, la qual cosa posa en evidència el caràcter geomètric —no algebraic— d'aquestes corbes. El càlcul algebraic, tot i que no serveix per definir les corbes administra la prova de les marques òptiques de les ovals. Això li permet trobar noves propietats de les còniques, com la reflexió de focus a focus per una elipse. La hipòtesi de fons que sembla voler formular Descartes seria la d'una correspondència; així, a la variació contínua de les condicions inicials de natura òptica correspondria una variació contínua de les solucions geomètriques.

El tercer llibre de l'Assaig produeix en els lectors moderns reaccions contradictòries. Per a uns representa la innovació més profunda que Descartes fa en matemàtiques —Cantor—, mentre que per altres no és més que un plagi dels seus antecessors —Wallis. Tot i així, Jullien el que pretén és veure quins objectius persegueix Descartes en aquest llibre, i com va tractar d'aconseguir-los.

El llibre comença fent una precisió respecte el mètode: la utilització del principi de la simplicitat; en el tractament dels problemes geomètrics, hi ha dues maneres d'incórrer en un error. En primer lloc, utilitzant mètodes poc complexos; en aquest cas, si utilitzem corbes de gènere molt simple, la recerca serà tan simplement banal que no ens proporcionarà un resultat. En segon lloc, utilitzant mètodes molt complexos. Si, per exemple, podem resoldre un mateix problema utilitzant corbes diferents, una més complexa i una altra més simple hem de conservar només la solució que mobilitza la corba més simple. No cal confondre simplicitat amb facilitat. Cal saber fer el que és més difícil per fer el que és més simple, ja que consisteix en utilitzar el gènere mínim. Per evitar aquests errors, s'ha d'elaborar una certa teoria de les equacions. La *Geometria* no fa del rigor demostratiu el criteri suficient de l'exactitud científica. El criteri superior, aquell que estableix l'exactitud cartesiana, és el criteri d'ordre. Els resultats han de ser produïts, en bon ordre, del més simple al més compost. La matemàtica reorganitzada té com a objectes constitutius les corbes i les construccions en línies de les arrels; però aquests objectes no revelen ells mateixos la seva organització, la seva ordenació. Per això és precisa l'àlgebra; d'aquesta manera, el gènere dels problemes ve donat per la seva posada en equació, el paper de les quals és alhora secundari i decisiu. Dit breument, l'objecte d'aquest tercer llibre és la classificació dels problemes pròpiament geomètrics, i el mitjà és el tractament algebraic d'aquests problemes.

Aquest tractament algebraic es desglosa en sis regles principals, totes elles sense ser demostrades; la seva direcció consisteix en reduir les equacions de grau superior, cosa que s'aconsegueix seguint la tècnica de la identificació dels coeficients d'equacions reputades com a iguals. Així, Descartes pot resoldre equacions cúbiques, tot intentant reduir-les a equacions de 2n grau, cosa que, en la seva caracterització geomètrica, representa el problema com a problema pla. Quan l'equació resisteix la reducció de grau, llavors el problema és sòlid. En el cas de les equacions de 4t grau el procediment és similar. Es tractarà de reduir el seu grau per conduir-les al cas precedent de les equacions cúbiques. En cas de no aconseguir-ho, caldrà buscar dues equacions de 2n grau, el producte de les quals sigui igual a l'equació de partida. La qüestió sobre el nombre d'arrels així com la reducció possible d'equacions, permet la classificació dels problemes en plans o sòlids. Sembla que Descartes hagi pensat poder conduir el tractament de les equacions de 4t grau a les cúbiques, principi del qual no dóna demostració general. Descartes assumeix aquesta posició dient que ha decidit ometre les demostracions de la major part de les coses que ha dit, perquè li han semblat tan fàcils que les deixa en mans dels seus lectors. Considera que ha tractat completament les equacions de 3r i 4t grau, i suggereix que podria aportar altres regles per les equacions que van fins a gèneres de corbes superiors. El principi sempre seria el mateix: tractar de reduir l'equació de grau superior a equacions de graus inferiors. Així, la classificació dels problemes depèn d'aquesta factorització. Per a Jullien, aquesta regla és una petició de principi, perquè els mètodes generals de descomposició dels polinomis no són exposats, ni resulten assequibles. La confiança de Descartes en el seu mètode va més enllà del que es troba en condicions d'establir.

Ara bé, si fins ara el llibre tercer ha tractat de les equacions, la classificació de les mateixes es recondueix sobre els mètodes de construcció geomètrica. Així, tot problema sòlid té una equació les arrels de la qual es troben sempre per una de les tres seccions còniques associades a rectes o a cercles. Del que es tracta, doncs, és de conduir els diversos casos a l'estudi de la intersecció d'una paràbola i d'un cercle, ambdós convenientment escollits. Però la discussió sobre les diferents situacions és conduïda de forma incompleta per Descartes; per exemple, la possible absència d'intersecció entre el cercle i la paràbola, en el cas de l'equació de 4t grau és silenciada. El que Descartes ambiciona és la solució de problemes sòlids que resultaven impossibles de construir per recurs només a cercles i rectes. En aquest sentit la curvatura d'un cercle no permet més que descobrir una quantitat desconeguda, mentre que les còniques, com que tenen curvatura amb doble característica, permeten descobrir dues incògnites. Aquest raonament no té res de matemàtic, i no pot substituir una demostració.

Després de tractar els problemes sòlids —equacions de 4t grau—, l'autor examina la construcció de problemes amb equacions de 5è o 6è grau. L'instrument decisiu, en aquest cas, és la paràbola cartesiana, introduïda en el llibre 2n — composició d'una paràbola i d'una recta pivotant que és del 4t grau. El gènere d'aquests problemes, de conformitat amb el mètode, ha de ser més complex que el dels problemes sòlids. Aquest mètode general, ens diu Descartes, serveix per a resoldre els clàssics problemes de mitges proporcionals i divisions d'angles. Per a Descartes, seguint aquesta via, es podrien construir tots els problemes més complexos fins l'infinit. Per a ell, en matèria de progressions matemàtiques, quan tenim els dos o tres primers termes, no és difícil trobar els altres. Considera, amb això, gairebé completat el possible recorregut que hom pugui fer per la geometria, restant, tan sols, per acabar, el desenvolupament de tots els càlculs i construccions que vindrien a demostrar la validesa de les seves intuïcions.

Es pot dir, doncs, amb Jullien, que la *Geometria* és una obra de difícil ubicació dins del conjunt cartesià, puix que es presenta com un model acabat, metodològicament central i alhora com una obra de circumstàncies i no del tot indispensable. Es comprèn, llavors, la freda recepció que va tenir en el seu moment, així com la incomprensió a la qual ha estat sotmesa per part d'alguns comentaristes. No cal oblidar que per Descartes aquest Assaig havia de ser la més convincent prova de les proeses del mètode, però que alhora, tot i conduir-se segons el principis generals del mètode, no és sempre fidel a aquest.

El malentès més gran arriba pel fet que Descartes pensi i afirmi haver acabat la geometria, quan allò que fa, amb l'algebraització, és ampliar els límits de la ciència matemàtica. Es podria dir, en aquest sentit, que el que Descartes fa és acabar o completar la geometria dels antics, però no para prou atenció, justament perquè no pensa l'àlgebra amb independència de la geometria, en el nou univers matemàtic que ell mateix acaba d'obrir. Per Descartes no es tracta de transformar la natura dels objectes de la ciència geomètrica. Així, per exemple, el lloc de la gran tradició algebraica no es troba exposat de manera immediata, sinó d'una manera subreptícia, donat que l'autor no veu les seves conseqüències essencials: la transformació d'objectes, continguts i mètodes matemàtics. L'establiment d'una nova manera d'escriure les matemàtiques apareix només com un ajut per la memòria, un mitjà per prolongar clarament la geometria tradicional de les figures i de les corbes, cosa que no suposa un guany escàs. L'algebraització, per a ell, no és més que un assumpte de memòria; alliberar la memòria de l'acumulació d'informacions que fan oblidar certeses i que confonen l'enteniment.

El pas cap a l'àlgebra és per Descartes la solució per posar fi a la confusió i a la ceguesa en què es troba la matemàtica. Però això no implica explotar totes les potencialitats que conté l'àlgebra. Perquè del que es tracta és de donar forma a un projecte, no de transformar tota la natura de les matemàtiques.

Joan Nonell

Víctor GÓMEZ PIN, *Descartes. La exigencia filosófica*, Akal ediciones, Madrid (1996). 72 p.

En llegir el llibre de Gómez Pin cal dir, d'entrada, que no ens trobem davant d'un estudi a l'ús de la filosofia cartesiana; més aviat caldria dir que ens trobem amb una relectura d'alguns temes ja presents en el seu anterior llibre sobre Descartes. A banda del fet que Gómez Pin repassi els temes clau de la filosofia cartesiana, adequant-los, en uns casos, i ampliant-los, en uns altres, a les noves exigències del pensament contemporani, el llibre ens mostra la vivesa del pensament del seu autor. Podria dir-se que si la filosofia cartesiana té vigència és sobretot pel seu compromís intel·lectual i moral en la fonamentació de la ciència. Això fa de Descartes un autor contemporani, ja que l'actitud cartesiana és, des de jove, la de donar legitimitat a una filosofia que estigui en continuïtat amb les necessitats de la ciència de la seva època. Gómez Pin pren Descartes com a pretext per situar el lector enfront d'una situació, que pot ser entesa com la pròpia d'aquesta època. El vincle entre filosofia i ciència en els nostres dies sembla haver-se perdut, més que per altres qüestions, pel fet que la filosofia actual es doblegui amb submissió a les demandes de la ciència imperant, que aspira a la «computació, descripció, previsió i control» instrumental dels fenòmens, sense mantenir cap aspiració a la seva intel·ligibilitat final.

El problema de la ciència actual, problema que Gómez Pin fa néixer en l'«hypothesis non fingo» de Newton, és la seva extrema adequació als fenòmens, computant i descrivint els mateixos, però renunciant a la seva explicació —fent-los, per tant, inintel·ligibles—, i, de retruc, convertint la filosofia i la matemàtica en meres ciències instrumentals, que només serveixen per validar descripcions. Davant d'aquesta situació, atansar la mirada cap a la filosofia cartesiana té l'avantatge de posar la raó enfront d'un mirall que denunciï les seves deformitats.

Els temes fonamentals de la filosofia cartesiana que Gómez Pin repassa en el seu llibre són: el dubte, la situació de la matemàtica en el moment del dubte, el paper de Déu en el supòsit de la fal·libilitat matemàtica, la substància pensant i la substància extensa, l'àmbit de la ciència cartesiana. Anem a considerar-los un per un.

—*El dubte*. És l'exercici de l'esperit que ens allunya de l'error i dels preju-